УДК 539.3

МАТЕМАТИЧЕСКОЕ МОДЕЛИРОВАНИЕ НАПРЯЖЕННО-ДЕФОРМИРОВАННОГО СОСТОЯНИЯ МЕТАЕМЫХ СБОРОК

В.Н. Барашков

НИИ прикладной математики и механики при Томском государственном университете
E-mail: ger@mail.tomsknet.ru

Представлена методика анализа прочности метаемых сборок, которая позволяет моделировать их поведение при интенсивном нагружении и в некоторой мере заменять дорогостоящие экспериментальные исследования по отработке конструкции поддонов и метаемых элементов, подбору материалов, величин внешних нагрузок и т.д. относительно дешевым и оперативным численным экспериментом. Задача определения упругопластического напряженно-деформированного состояния решается с помощью вариационно-разностного метода, реализующего вариационный принцип Лагранжа методом конечных разностей. Физические соотношения принимаются согласно теории малых упругопластических деформаций, а геометрические соотношения берутся в виде уравнений Коши. Физически нелинейная задача решается методом переменных параметров упругости. Рассмотренные примеры подтверждают известную из расчетной практики возможность квазистатического подхода к оценке прочности подобных конструкций.

1. Введение

Проблемы высокоскоростного метания связаны с интенсивным импульсным нагружением как самих разгоняемых элементов, так и вспомогательных устройств – поддонов. Повышение скорости метания элементов приводит, как правило, к увеличению действующих на сборку нагрузок. Процесс метания характеризуется высокой интенсивностью действующих на конструкцию давлений и перегрузок, что может привести к нежелательному уровню деформаций и напряжений и, как следствие, разрушению материала самой сборки и метательной установки.

Экспериментальные исследования компоновочных схем метаемых сборок являются необходимым и обязательным этапом при их проектировании и отработке. Поэтому, учитывая большие временные, финансовые и экономические затраты при проведении этих работ, естественным является стремление использовать математические методы механики деформируемого твердого тела (МДТТ) для моделирования поведения элементов конструкции и описания ее деформирования при метании с целью сокращения экспериментальных испытаний.

В работе проводится анализ деформирования метаемых сборок в квазистатической постановке, хотя расчет напряженно-деформированного состояния (НДС) подобных конструкций необходимо проводить с использованием динамических уравнений. С точки зрения МДТТ процесс разгона элемента является достаточно длинным во времени. Но для импульсов внешней нагрузки большой длительности – несколько миллисекунд – численный счет на основе этих уравнений становится неустойчивым и требует неоправданных затрат времени на ЭВМ. Поэтому, несмотря на относительно высокую скорость протекания процессов при метании, в большинстве случаев можно использовать результаты статического расчета. В литературе, в частности, для оболочечных конструкций принимается [1] возможность использования квазистатического (пренебрегающего инерционными членами в уравнениях движения во всех или некоторых направлениях) или статического решения, если за время нагружения упругая волна успевает пробежать расстояние порядка максимального габарита конструкции примерно 8…10 раз. Очевидно, еще в большей мере это относится к пространственным конструкциям, так как они имеют более высокие частотные характеристики, чем оболочечные конструкции. В конечном счете учет инерционных членов приводит к получению волновой картины распространения деформаций, которая становится несущественной после нескольких пробегов волны по конструкции, так как в результате дисперсии и интерференции волн постепенно устанавливается картина НДС, характерная для статического нагружения.

Решение осесимметричной исходной динамической задачи в квазистатической постановке возможно благодаря введению в расчетную схему нагружения массовых сил, являющихся следствием использования связанной со сборкой неинерциальной системы координат r, φ, z [2]. При метании сборка движется поступательно с ускорением. Согласно принципу Даламбера, "… всякое тело, движущееся с ускорением, можно рассматривать как неподвижное, добавив к реально действующим силам фиктивные силы инерции" [3]. Возникающие осевые силы инерции равняются произведению ускорения конструкции в данный момент времени на его массу. Для работы с появляющимися фиктивными массовыми силами вводится понятие коэффициента перегрузки (или просто перегрузки N), который определяется отношением ускорения тела a в данный момент к ускорению силы тяжести g: $N = a/g$. Получаемая система нагрузок является самоуравновешенной, а из рассмотрения исключается постоянная составляющая осевых перемещений конструкции. Поэтому на первом этапе задачу можно формулировать и решать как квазистатическую. Возможность использования квазистатического подхода для решения задачи высокоскоростного метания подтверждается результатами сравнения с динамическим решением для случая умеренных пластических деформаций.

Определение упругопластического НДС проводится вариационно-разностным методом (ВРМ) [4, 5] с использованием для представления производных естественных аппроксимаций Ноха [6] и быстродействующего метода Гаусса [7–9] для реализации системы линейных алгебраических уравнений большого порядка относительно искомых перемещений. Физически нелинейная задача решается с помощью соотношений деформационной теории пластичности и метода переменных

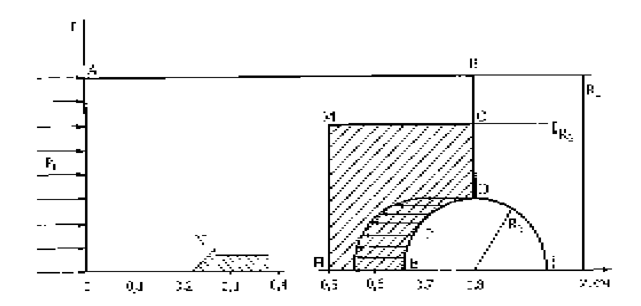


Рис. 1. Расчетная схема метаемой сборки

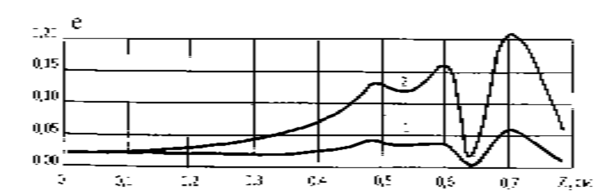


Рис. 2. Распределение интенсивностей деформаций e_i на поверхности 0ED для варианта 2 (кривая 1) и варианта 4 (кривая 2)

параметров упругости. Нелинейная зависимость интенсивности напряжений от интенсивности деформаций аппроксимируется ломаной двухзвенной линией.

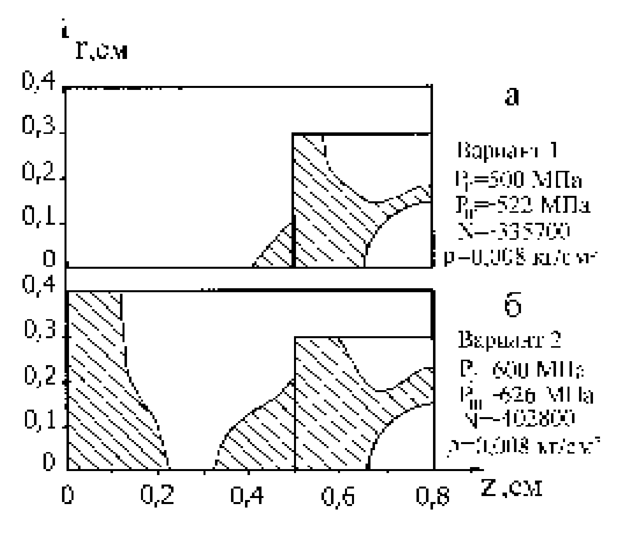
2. Примеры расчета метаемых сборок

Ниже рассматриваются примеры численного конструирования и анализа НДС нескольких вариантов метаемых сборок. Дабы исключить повторения, отметим общие моменты в постановках модельных задач для сборок, отличающихся друг от друга конструктивным решением, формой метаемого элемента и поддона, применяемыми материалами, величинами прилагаемых нагрузок и т.д.

Задачи решаются в осесимметричной квазистатической постановке. Объектом исследования является тело вращения неканонической формы, находящееся под действием системы поверхностных нагрузок (давление газа, давление метаемого элемента) и массовых сил с интенсивностью N. Стенки метательной установки в первом приближении предполагается недеформируемыми, трением между ними и поддоном пренебрегается, хотя его можно учесть заданием касательных напряжений. Здесь же для внешней поверхности поддона задаются нулевые значения для радиальных перемещений. На оси симметрии сборки 0z касательные напряжения и радиальные перемещения равны нулю. На свободных поверхностях полагаются равными нулю нормальные и касательные напряжения. На контактных поверхностях конструктивных элементов сложных поддонов и метаемых элементов задаются условия равенства перемещений и напряжений, т.е. условия непрерывного контакта. Вследствие симметрии конструкций относительно оси вращения z на рисунках представлены лишь половины осевых сечений рассматриваемых сборок.

Одна из возможных схем метаемой сборки приведена на рис. 1: это поддон и метаемый элемент – шарик. Шарик считается недеформируемым. Поддон конструктивно состоит из двух частей – дюралюминиевого цилиндра (заштрихованная часть), в котором наполовину утоплен шарик, и непосредственно пластикового поддона. Устройство разгоняется газом с давлением $P_г$, приложенным к левому торцу поддона 0A. На поверхности DE цилиндра приложено в осевом направлении давление $P_ш$ от действия метаемого шарика. На сборку действуют также и массовые силы с интенсивностью N, направленные вдоль оси 0z противоположно давлению $P_г$. Геометрические размеры поддона и шарика брались следующие: длина поддона AB = 0,8 см, 0H = 0,5 см, R_1 = 0,4 см, R_2 = 0,3 см, R_3 = 0,15 см. Масса метаемого шарика в зависимости от его материала – сталь или сплав ВНЖ – 0,1 и 0,27 г соответственно.

Были рассмотрены четыре варианта этой модельной задачи, которые различались величинами нагрузок и материалом метаемого шарика (см. рис. 3). Варианты 1 и 2 посчитаны для шарика, материалом которого является сталь, а варианты 3 и 4 – для сплава ВНЖ. Распределение интенсивности деформаций e_i на поверхности 0ED для нагружения по второму (кривая 1) и четвертому варианту (кривая 2) представле-



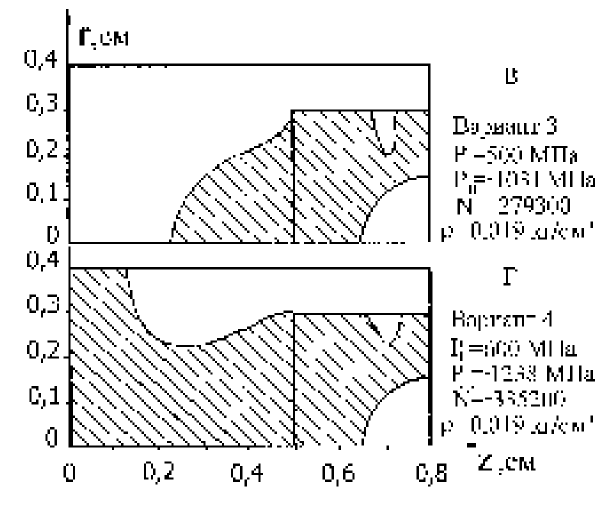


Рис. 3. Зоны пластических деформаций сборки для разных значений давления газа $P_г$ и плотности ρ материала метаемого шарика

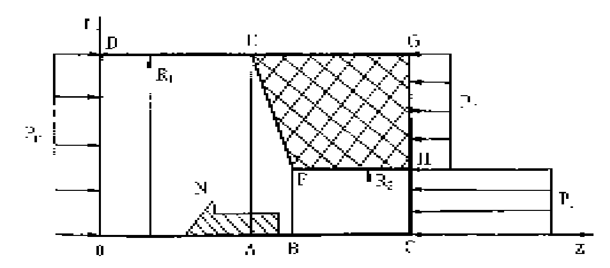


Рис. 4. Расчетная схема метаемой сборки

ны на рис. 2. Увеличение плотности материала шарика приводит к значительному росту e_i.

На рис. 3, а изображены зоны пластических деформаций (заштрихованная область) пластикового поддона и дюралюминиевого цилиндра для первого варианта нагружения. Наибольшие значения интенсивности деформации e_i и напряжений σ_i имеют место на оси вращения 0z под метаемым шариком, на контактной с шариком поверхности ED, а также в цилиндре на поверхности MH. Нижняя часть поддона близка к выходу в пластическую область деформирования. Наибольшее значение для цилиндра интенсивности e_{imax} = 3,6 %. Увеличение давления газа до 600 МПа (вариант 2) приводит к увеличению размеров зоны пластической деформации в поддоне (рис. 3, б) и величины интенсивности деформаций – $e_{imax} \approx 6$ %, а также всех остальных параметров НДС.

На рис. 3, в, г (варианты 3, 4) представлены результаты для случая, когда материал шарика – сплав ВНЖ с большой плотностью. Использование этого материала приводит к увеличению значений параметров НДС элементов поддона и зон пластических деформаций. Наибольшие значения e_i для поддона и цилиндра составляют 10, 16 и 13, 20 % для вариантов 3, 4 соответственно. Но величина интенсивности массовых сил N (перегрузка) с увеличением массы шарика при неизменной величине давления газа уменьшается, и соответственно уменьшается скорость метания. В описанном случае уменьшение перегрузки составляет ≈ 18 %. Наиболее напряженным местом в поддоне является участок на контактной поверхности ED с координатой z ≈ 0,7 см.

Следующей была рассмотрена задача определения НДС части поддона, расчетная схема которого представлена на рис. 4. Поддон разгоняется газом ($P_Г$ = 350 МПа), действующим на поверхность дна 0D. На поверхности CG приложены давления P_c от метаемого стержня и P_T от другого поддона, который не рассматривается. К поддону приложены также и массовые силы с перегрузкой N, направленной вдоль оси 0z противоположно давлению газа $P_Г$. Конструктивно поддон состоит из стального подпятника 0DEFHC, на который опирается вольфрамовый стержень, и помещенного на подпятнике текстолитового цилиндра EGHF (на рис. 4 заштрихованная область). Геометрические размеры брались следующими: R_1=1,165 см, R_2= 0,4 см, длина 0C = =2,0 см.

Был проведен численный эксперимент по выявлению наиболее выгодного с точки зрения прочности варианта конструкции поддона путем задания положения контактной поверхности EFH при фиксированной длине 0C. Результаты этих расчетов для пяти вариантов конструкции поддона представленны в таблице и на рис. 5, где штриховкой изображены зоны пластической деформации материала подпятника и цилиндра.

Данные таблицы и рис. 5 позволяют выделить варианты 1 и 4, в которых меньше величины интенсивностей e_i и σ_i, а также размеры зон пластического деформирования подпятника, как наименее напряженные. Это объясняется более мощной конструкцией подпятника, нежели в вариантах 2, 3, 5. Если в варианте 1 увеличить длину поддона 0C до 2,5 см, не изменяя размера текстолитового цилиндра, то максимальные значения e_i и σ_i уменьшаются на 10…15 %. При этом уменьшается также и величина осевой перегрузки – N=-7324, т.е. и скорость метания. Таким образом, для заданных величин давления газа и рассмотренных материалов для стержня, подпятника и цилиндра варьированием геометрии поддона снизить уровень деформаций не представляется возможным.

На рис. 6 представлены схема метаемой сборки (а) и изменение нагрузки в зависимости от времени (б). Сборка состоит из дюралюминиевого поддона типа “стакан” и стального элемента в виде цилиндрического стержня. Геометрические параметры следующие: толщина днища поддона L_1 = 2,0 см, длина поддона L_2 = 10,0 см, длина конструкции L_3 = 12,0 см, радиус стержня R_0 = 0,7 см, радиус поддона R_1 = 1,2 см. Характеристики формы импульса равны τ_1 = 50 мкс, τ_2 = 300 мкс, τ_3 = 350 мкс. Деформация начала текучести материала поддона равна e_s = 0,005.

При рассмотрении этой задачи реализована возможность двух подходов – квазистатического и динамического, что позволяет провести сравнение полученных решений и оценить возможности каждого из них по адекватному отображению протекающих в конструктивных элементах сборки процессам деформирования.

С точки зрения динамического подхода данный диапазон времени нагружения является “неудобным” в вычислительном плане, так как приводит к довольно большим затратам машинного времени при счете про-

Таблица. Результаты численного эксперимента

№ пп	[illegible], см	[illegible], см	Масса, г	[illegible]	[illegible], МПа	[illegible], МПа	$\sigma_{i\,max}$, МПа		$e_{i\,max}$, %	
							цил.	подпят.	цил.	подпят.
1	1,5	1,5	187	-7993	-1542	-72	250	1300	8,6	10
2	1,0	1,0	174	-8566	-1653	-77	270	1500	9,7	12
3	0,5	0,5	162	-9229	-1781	-83	330	1500	12,0	12
4	1,0	1,5	180	-8315	-1605	-75	220	1400	7,6	11
5	1,5	1,0	181	-8225	-1587	-74	260	1400	9,3	11

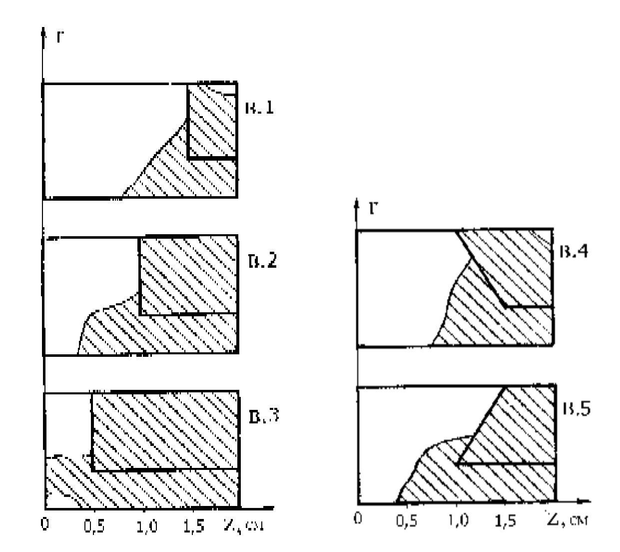


Рис. 5. Зоны пластических деформаций для пяти вариантов конструкции поддона

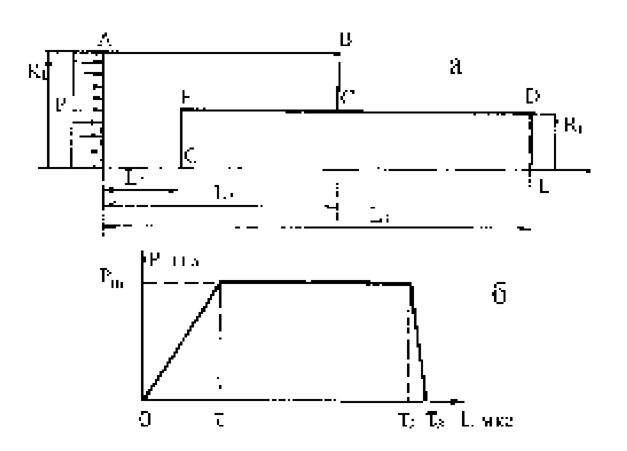


Рис. 6. Расчетная схема метаемой сборки (а) и изменение нагрузки в зависимости от времени (б)

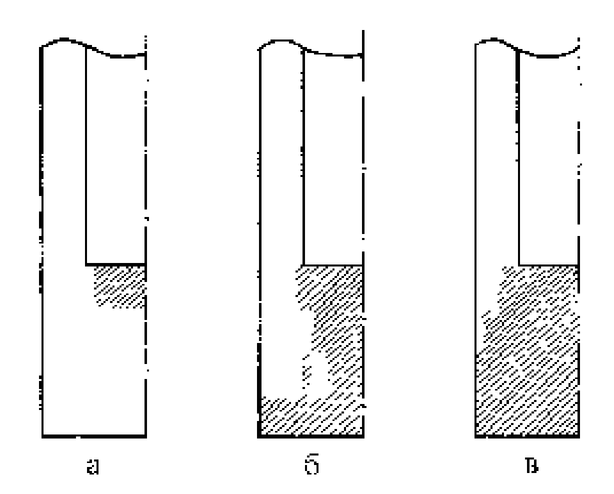


Рис. 7. Зоны пластических деформаций в сборке для трех вариантов нагружения в случае квазистатического приложения давления газа

цесса деформирования по явным конечно-разностным схемам. Применение этого подхода может быть оправдано в случае невозможности пренебречь волновыми процессами в сборке, при наличии больших упругопластических течений и при сложном нагружении. Здесь используются соотношения, описывающие процесс упругопластического деформирования тела вращения и базирующиеся на законах сохранения массы, импульса и энергии. Поведение материала подчиняется соотношениям пластического течения типа Прандтля-Рейсса [10]. Конечно-разностная схема второго порядка аппроксимации записывается для лагранжевой сетки с использованием интегрального представления пространственных производных [6], что позволяет использовать нерегулярные и деформированные разностные сетки. Для расчета упругопластических течений используется процедура приведения напряжений на круг текучести [10].

На рис. 7 приведены результаты расчета зон пластических деформаций в случае квазистатического приложения давления P и соответствующих им массовых сил с интенсивностью N: а) 693 МПа, -15000, б) 808,4 МПа, -17500, в) 924 МПа, -20000. Деформация начала текучести материала стержня равна $e_S = 0{,}005$. На рисунках видно, что увеличение нагрузки приводит к формированию и росту в поддоне зон пластических деформаций. По мере увеличения давления они образуются вначале под торцом стержня, затем распространяются на всю толщину днища, и далее пластическим деформированием охвачена почти вся нижняя часть поддона. Материал стержня работает в упругой области.

Представленные на рис. 8 результаты получены для нагрузок P =924 МПа, N = -20000 и меньшего значения величины предела текучести $e_s = 0{,}003$ материала стержня, что приводит к появлению в нем пластических деформаций. Сравнение результатов расчета по квазистатической теории (рис. 8, а) с результатами расчета по динамической схеме при условии непрерывного контакта между стержнем и поддоном на боковой поверхности (рис. 8, б) и при условиях скольжения на этой поверхности (рис. 8, в) приводит к выводу о том, что качественно картина пластического деформирования хорошо совпадает для первых двух случаев.

Следует отметить, что во всех просчитанных задачах все напряжения – сжимающие и, следовательно, не могут представлять опасности с точки зрения целостности конструкции. Деформации же имеют разные знаки, что и приводит к большим значениям интенсивности деформаций e_i, величина которой определяется главным образом сжимающей осевой деформацией.

Вообще говоря, эти модельные задачи могут ставиться шире, нежели только как задачи определения НДС поддона. Необходимо получить такую конструкцию, чтобы материалы конструктивных элементов поддона выдержали нагрузки и не разрушились при метании. Полученные результаты дают представление о характере распределения напряжений и деформаций в элементах поддонов для достаточно большого диапазона изменения давления газа и интенсивности массовых сил (скоростей метания), различных материалов и вариантов конструкций как поддонов, так и метаемых элементов,

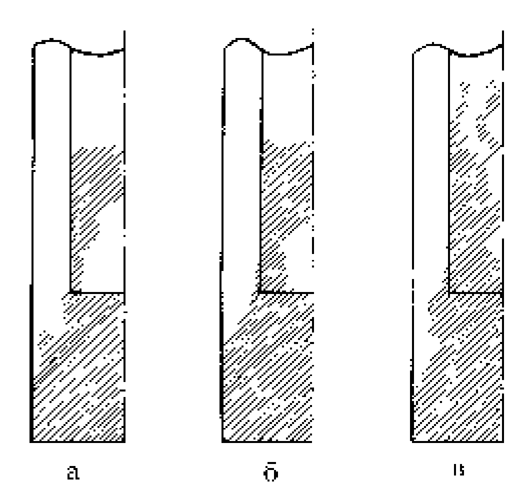


Рис. 8. Зоны пластических деформаций в сборке для P=924 МПа, N =-20000 в случае: квазистатического (а) и динамического (б) приложения давления газа при условии непрерывного контакта между стержнем и поддоном на боковой поверхности; для динамического нагружения при условии скольжения на боковой поверхности (в)

что позволяет вносить необходимые конструктивные изменения в элементы сборки с целью уменьшения значений тех или иных параметров НДС. При создании подобных конструкций, очевидно, следует пойти путем использования материалов с более высокими значениями величин физико-механических характеристик. Эти материалы должны иметь невысокие плотности и выдерживать большие деформации не разрушаясь. Одновременно следует проводить исследование влияния геометрии конструктивных элементов поддонов с целью уменьшения величины параметров НДС сборки.

Автор приносит благодарность А.В. Герасимову за предоставленные результаты динамического расчета метаемого элемента с поддоном типа “стакан”.

3. Выводы

По результатам анализа НДС метаемых сборок можно сделать некоторые выводы. Созданы квазистатическая физическая и математическая модели и реализующие их пакеты прикладных программ для расчета деформирования неоднородных метаемых сборок при нагружении их комбинацией поверхностных и массовых сил большой интенсивности. Известная из расчетной практики возможность квазистатического подхода к оценке прочности большинства подобных конструкций подтверждается в рассмотренных примерах. Это связано с согласованием характерного времени нагружения и периода пробега упругих возмущений по конструкции малых габаритов. Уменьшение времени расчета при квазистатическом подходе (1 мин) по сравнению с физически более оправданным волновым подходом (120 мин), сохраняя основные черты волнового процесса деформирования, позволяет выйти на решение задач оптимизации с целью уменьшения массы поддона без потери его прочности.

СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Вольмир А.С. Нелинейная динамика оболочек и пластинок. – М.: Наука, 1973. – 432 с.
2. Седов Л.И. Механика сплошной среды: В 2 т. – 2-е изд., испр. и доп. – М.: Наука, 1973. – Т. 1. – 536 с.
3. Бояршинов С.В. Основы строительной механики машин: Учеб. пособие. – М.: Машиностроение, 1973. – 456 с.
4. Гриффин Д.С., Келлог Р.Б. Численное решение осесимметричных и плоских задач упругости // Механика: Сб. переводов. – М., 1968. – № 2 (108). – С. 111–125.
5. Барашков В.Н. К расчету упругопластических осесимметричных деформаций тел вращения // Теория упругости и пластичности. – Томск: Изд-во Том. ун-та, 1978. – С. 3–10.
6. Нох В.Ф. СЭЛ – совместный эйлерово-лагранжев метод для расчета нестационарных двумерных задач // Вычислительные методы в гидродинамике: Сб. статей / М.: Мир. – 1967. – С. 128–184.
7. Барашков В.Н., Люкшин Б.А. К реализации вариационно-разностного метода для осесимметричных задач теории упругости и пластичности / Томск. ун-т. – Томск, 1983. – 14 с. – Библиогр.: 17 назв. – Деп. в ВИНИТИ 14.03.83, №1335 – 83 Деп.
8. Барашков В.Н. Алгоритм реализации задачи теории упругости и пластичности вариационно-разностным методом. Ч. I // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 3. – С. 23–28.
9. Барашков В.Н. Алгоритм реализации задачи теории упругости и пластичности вариационно-разностным методом. Ч. II // Известия Томского политехнического университета. – 2003. – Т. 306. – № 4. – С. 23–27.
10. Уилкинс М.Л. Расчет упруго-пластических течений // Вычислительные методы в гидродинамике: Сб. статей. – М.: Мир. – 1967. – С. 212–263.